Il calcolo delle probabilità e la razionalità controintuitiva

La probabilità permette di arrivare a soluzioni che talvolta vanno contro l'intuizione comune. Un caso classico è noto come "il dilemma di Monty Hall" ed è legato ad un gioco televisivo americano "*Let's Make a Deal*" trasmesso negli anni 90 .

Ad un giocatore sono mostrate tre porte chiuse; al di là di una c'è un'automobile mentre dietro ciascuna delle altre due si nasconde una capra. Il giocatore ad inizio gioco sceglie una porta senza aprirla; il conduttore dello show deve aprire un'altra porta e, poiché conosce la disposizione dei premi, ne apre una che nasconde la capra.

A questo punto il presentatore dà al giocatore la possibilità di cambiare la propria scelta iniziale (passando all'unica porta chiusa restante) oppure di tenersi il premio nascosto dietro alla porta da lui scelta.

La domanda è: al giocatore conviene cambiare o no la porta? Perché?

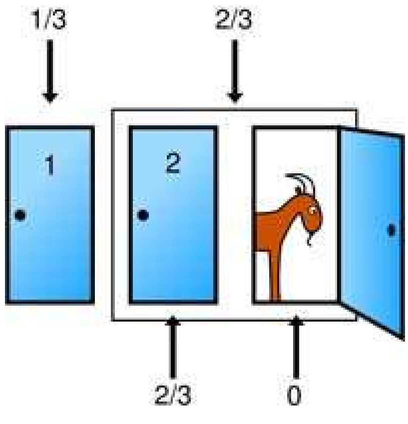
***

Soluzione: Il giocatore potrebbe ragionare in questo modo: *"So che in una delle due porte rimaste, tra cui quella che ho scelto inizialmente, c'è l'automobile. La probabilità è pari per entrambe le porte a 1/2. Quindi è indifferente cambiare"*. Peccato che la risposta, sebbene intuitiva, è errata!

La questione fu proposta nel 1990 nella rubrica di domande e risposte "Chiedilo a Marylin", tenuta da Marylin Vos Savant, personaggio presente nel Guinness dei Primati per il suo altissimo Q.I.(228). Marylin rispose che al concorrente conviene cambiare perché la probabilità di vincere l'automobile passa da 1/2 a 2/3. Ovviamente la risposta non soddisfò i lettori, tra cui molti matematici che criticarono apertamente il consiglio. L'obiezione più comune alla soluzione era fornita dall'idea che, per varie ragioni, il passato potesse essere ignorato quando si valutano le probabilità. Dunque, la scelta della prima porta e il ragionamento del conduttore circa quale porta aprire si potessero trascurare.

Marylin, tuttavia, aveva ragione. Sebbene ignorare il passato funzioni in certi giochi, come ad esempio nel lancio di una moneta, non funziona necessariamente in tutti i giochi.

Quanto il giocatore sceglie la porta ha una possibilità su tre (1/3) di vincere l'automobile e due possibilità su tre (2/3) di trovare una capra. Prima di proporre il cambio il presentatore apre una delle due porte chiuse che nasconde la capra. La probabilità che l'automobile si trovi dietro la porta chiusa che il giocatore non ha scelta diventa pari a 2/3. Per questa ragione al giocatore conviene cambiare.



Esiste una generalizzazione del problema in cui si hanno più porte: nel primo stadio del gioco, il giocatore sceglie una porta. Quindi il conduttore apre un'altra porta, che nasconde una capra. Se il giocatore vuole, può quindi cambiare scelta e passare a un'altra porta. Il conduttore aprirà allora un'ulteriore porta, ancora non aperta, che nasconde una capra, diversa da quella attualmente scelta dal giocatore. Il giocatore ha quindi la possibilità di cambiare ancora scelta, e così via. Questo procedimento continua fino a che non restano che due porte non ancora aperte: la scelta corrente del giocatore, e un'altra porta. Quante volte dovrebbe cambiare scelta il giocatore, e a che punto del gioco (sempre che cambi almeno una volta)? La migliore strategia è restare con la prima scelta sino a che non rimangano solo due porte e a quel punto cambiare.

Il dilemma di “Monty Hall” contiene i concetti di probabilità a priori (cioè prima di avere acquisito una informazione specifica) e di probabilità a posteriori (cioè dopo avere acquisito una informazione specifica) di un evento, affrontati nel teorema di Bayes o teorema della probabilità delle cause.